

Câu	Nội dung	Điểm
1	$I = \int_1^{+\infty} \frac{x+3}{x^3+x^2} dx$	2.0
	Ta có: $f(x) = \frac{x+3}{x^3+x^2} \geq 0, \forall x \in [1, +\infty)$	0.25
	Xét $g(x) = \frac{1}{x^2} \geq 0, \forall x \in [1, +\infty)$	0.25
	Ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$	0.5
	Mà $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$ hội tụ (vì $a > 1$)	0.5
	Theo TCSS 2 $\Rightarrow I = \int_1^{+\infty} \frac{x+3}{x^3+x^2} dx$ hội tụ	0.5
2		2.0
	$f(x(t), y(t)) = 6t^2 + 8t + 3$	0.5
	$x'(t) = 1, y'(t) = 1$	0.5
	$I = \int_0^1 (6t^2 + 8t + 3)\sqrt{1^2 + 1^2} dt$	0.5
	$= \sqrt{2} (2t^3 + 4t^2 + 3t) \Big _0^1 = 9\sqrt{2}$	0.5
3	$I = \int_{(C)} (y-x)dx + y^2 dy,$ $(C): x = 1-t^2, y = 1+t^2$ với $0 \leq t \leq 1$	1.0
	$I = \int_0^1 \left([(1+t^2) - (1-t^2)] \cdot (-2t) + (1+t^2)^2 \cdot 2t \right) dt$	0.25
	$= \int_0^1 (2t + 2t^5) dt$	0.25
	$= \left(t^2 + \frac{t^6}{3} \right) \Big _0^1$	0.25
	$= \frac{4}{3}$	0.25

Câu	Nội dung	Điểm
4	$2(x^2 - 1)ydx + (x - 1)(y^7 + 9)dy = 0$ (1)	2.0
	Ta thấy: $x = 1, y = 0$ là nghiệm kỳ dị	0.5
	Khi $x \neq 1$ và $y \neq 0$ (1) $\Leftrightarrow 2\left(\frac{x^2 - 1}{x - 1}\right)dx + \left(\frac{y^7 + 9}{y}\right)dy = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow 2(x + 1)dx + \left(y^6 + \frac{9}{y}\right)dy = 0$	0.5
	$\Leftrightarrow 2\int(x + 1)dx + \int\left(y^6 + \frac{9}{y}\right)dy = C$	0.25
	$\Leftrightarrow 2\left(\frac{x^2}{2} + x\right) + \frac{1}{7}y^7 + 9\ln y = C$	0.5
5	$y'' - 2y' + 5y = 5x + 3$ (1)	3.0
	Nghiệm của (1): $y = y_0(x) + y_r(x)$	0.25
	Xét PT thuần nhất: $y'' - 2y' + 5y = 0$ (2) PT đặc trưng: $k^2 - 2k + 5 = 0$ (3) có nghiệm phức $k_{1,2} = 1 \pm 2i$	0.50
	$\Rightarrow y_0(x) = e^x (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$	0.50
	Vì $a = 0$ không là nghiệm của (3) nên $s = 0$. Do đó $y_r(x) = Ax + B$	0.50
	Đạo hàm: $y_r'(x) = A, y_r''(x) = 0$	0.50
	Thay $y_r(x), y_r'(x), y_r''(x)$ vào (1). Khi đó ta được: $A = 1, B = 1$	0.25
	$\Rightarrow y_r(x) = x + 1$	0.25
	Vậy nghiệm của (1) là: $y = e^x (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x) + x + 1$	0.25